

## ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΠΑΝΟΥΣΑΚΗΣ ΣΩΤΗΡΙΟΣ

1. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$\alpha = -10 + 6 - 8 + 2 - 9 + 10 + 3$$

$$\beta = 5 - (-3 + 1) + (-5 - 1) - (-6 + 9) + (2 + 4)$$

$$\gamma = 2 \cdot (-8) - 3 \cdot (-4) - (-1) \cdot (+1) \cdot (-2) \cdot (-1)$$

Α. Να δείξετε ότι:  $\alpha = -6$ ,  $\beta = 4$  και  $\gamma = -2$ 

Β. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$K = (\alpha + \beta)^{100} \cdot \gamma^{98} - (\alpha + \beta - \gamma)^{2020} \cdot \alpha + (\alpha \cdot \gamma - 13)^{2019} \cdot \beta$$

$$\text{ΑΠΑΝΤΗΣΗ: } K = 0$$

2. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$K = 10 - (5x - 2) - 4 \cdot (1 - x) + 3 \cdot (x - 3)$$

$$\Lambda = -2x - [9 - 3 \cdot (2x - 1)] + 7(-x + 2)$$

Α. Να δείξετε ότι:  $K = 2x - 1$  και  $\Lambda = -3x + 2$ Β. Να λύσετε την εξίσωση:  $\frac{K - 2}{3} - \frac{\Lambda + 2}{2} = \frac{K + 5}{6}$ 

$$\text{ΑΠΑΝΤΗΣΗ: } x = 2$$

3.Α. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha. 2 \cdot (x - 4) - 3 \cdot (x - 4) - (x - 2) = 2 - (x - 2) \cdot 4$$

$$\beta. \frac{2 \cdot \omega - 1}{2} + \frac{5}{3} = -\frac{3 - \omega}{6}$$

Β. Αν  $x = 2$  και  $\omega = -2$  οι λύσεις των παραπάνω εξισώσεων να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$K = (x^{50})^2 \cdot (x^{50} \cdot x^{47}) - x \cdot (\omega + x)^{100} - \omega \cdot (\omega^{50} + \omega^{50})^0$$

$$\text{ΑΠΑΝΤΗΣΗ: } K = 10$$

4. Δίνονται οι παραστάσεις :

$$K = 40\alpha - 2.[6 - 2(-4\alpha + 1) + 5\alpha]$$

$$\Lambda = 1 + [-(1 - 2\alpha).4 + 3.(-1 + 2\alpha)]$$

A. Να δείξετε ότι:  $K = 14\alpha - 8$  και  $\Lambda = 14\alpha - 6$

B. Να υπολογίσετε την τιμή του  $\alpha$ , ώστε να ισχύει:  $\Lambda - \frac{K}{2} = 12$

Γ. Αν  $\alpha = 2$  να δείξετε ότι η εξίσωση:  $\alpha.(x + 4) - (\alpha - 3).(x - 1) = 3x + 4\alpha - 1$  είναι ταυτότητα.

5.A. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = 2(x - 3) - (4 - 3x) \text{ και } B = 10 - 3.(x - 4) - (-2x + 3).4$$

να υπολογίσετε την τιμή του  $x$ , ώστε να ισχύει:  $2A - 3B = 40$

B. Ένας πατέρας μοίρασε 120€ στα τρία παιδιά του. Ο πρώτος πήρε 20€ περισσότερα από τον δεύτερο και ο τρίτος το ένα τρίτο των χρημάτων του πρώτου. Να βρείτε πόσα χρήματα πήρε το κάθε παιδί;

**ΑΠΑΝΤΗΣΗ:** A.  $x = -18$  B. 60€, 40€ και 20€.

6. Δίνετε η παράσταση:  $A = (-1 - 1)^{-3}.40 - (-24):(-1 + 3)^3 - 2^2 + 2.(-6 + 4)^0$

και η εξίσωση:  $\frac{2(x - 1) - 3}{2} - \frac{x - (x + 2)}{3} = -\frac{5 - (x + 4)}{6}$

A. Να δείξετε ότι  $\alpha = -4$  είναι η αριθμητική τιμή της παράστασης και  $x = 2$  λύση της εξίσωσης.

B. Να δείξετε ότι η εξίσωση:  $-\alpha.(\omega - x) - x.(\omega + \alpha + 1) = -\omega - (x - 3\omega)$  είναι ταυτότητα.

7. Δίνετε η εξίσωση:  $\frac{5x - 4}{5} - 1 = \frac{3x + 1}{10} - \frac{2x - 3}{2}$

A. Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει λύση την  $x = 2$

B. Να επαληθεύσετε την εξίσωση.

Γ. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:  $K = \sqrt{x + 7.\sqrt{3 - x}} - (\sqrt{x + 3})^2 + \sqrt{(-x)^2}$

**ΑΠΑΝΤΗΣΗ:** B.  $K = 42$

8. Δίνονται οι παραστάσεις :

$$\alpha = \sqrt{25 - \sqrt{81}} , \beta = \sqrt{46 + \sqrt{5 + \sqrt{16}}} \text{ και } \gamma = \sqrt{38 - \sqrt{\sqrt{16}}}.$$

A. Να δείξετε ότι:  $\alpha = 4$  ,  $\beta = 7$  και  $\gamma = 6$ .

B. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:  $K = \sqrt{\alpha \cdot \gamma + 1} + \sqrt{\beta + \sqrt{\alpha}} + (\sqrt{\gamma})^2 - \sqrt{(-\beta)^2}$

Γ. Να λύσετε την εξίσωση:  $\frac{x - \gamma}{\alpha} - \frac{5x - \alpha}{\gamma} = \beta - \gamma$

**ΑΠΑΝΤΗΣΗ:** B.  $K = 7$  Γ.  $x = -11$

9. Από μια δεξαμενή που περιέχει 600 λίτρα πετρέλαιο, καταναλώνουμε κάθε μέρα 15 λίτρα.

A. Να εκφράσετε τον όγκο  $V$  του πετρελαίου που απομένει στη δεξαμενή ως συνάρτηση των ημερών  $x$ .

B. Πόσος όγκος πετρελαίου θα έχει απομένει στη δεξαμενή μετά 30 ημέρες;

Γ. Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο θα αδειάσει η δεξαμενή;

Δ. Να παραστήσετε γραφικά τον όγκο  $V$  ως συνάρτηση των ημερών  $x$ .

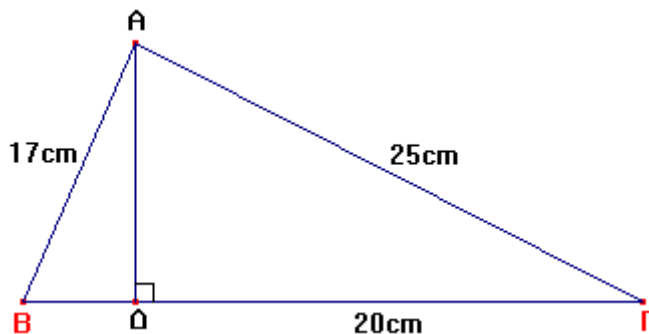
**ΑΠΑΝΤΗΣΗ:** A.  $V = 600 - 15 \cdot x$  B. 150 λίτρα Γ. 40 ημέρες.

10. Στο παρακάτω σχήμα είναι  $AB = 17\text{cm}$  ,  $AG = 25\text{cm}$  και  $AD = 20\text{cm}$ .

A. Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων  $AD$  και  $BD$ .

B. Να δείξετε ότι το τρίγωνο  $ABG$  δεν είναι ορθογώνιο.

Γ. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του τριγώνου  $ABG$ .



**ΑΠΑΝΤΗΣΗ:** Γ.  $(ABG) = 210\text{cm}^2$  ,  $\Pi = 70\text{cm}$ .

11. Στο παρακάτω σχήμα είναι  $AB = 15\text{cm}$  και οι γωνίες  $\hat{B} = 53^\circ$  και  $\hat{\Gamma} = 37^\circ$ .

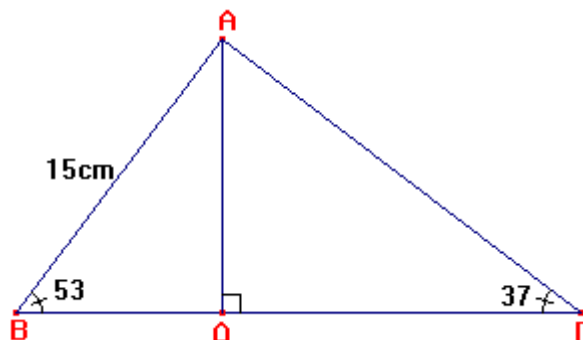
A. Να δείξετε ότι  $BD = 9\text{cm}$  και  $GD = 16\text{cm}$

B. Να υπολογίσετε την γωνία  $\hat{A}$ .

Γ. Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

Δίνεται ότι:  $\eta\mu 53^\circ = 0,8$ ,  $\sigma\upsilon\nu 53^\circ = 0,6$ ,  $\epsilon\phi 53^\circ = 1,33$

και  $\eta\mu 37^\circ = 0,6$ ,  $\sigma\upsilon\nu 37^\circ = 0,8$ ,  $\epsilon\phi 37^\circ = 0,75$



ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Γ.  $\Pi = 60\text{cm}$ .

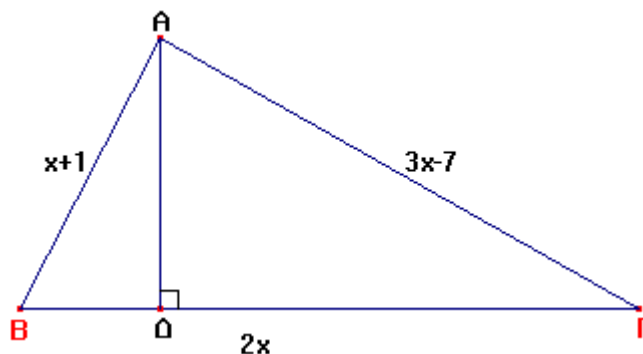
12. Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο  $AB\Gamma$  έχει περίμετρο  $24\text{cm}$  και πλευρές  $AB = x + 1$ ,

$B\Gamma = 2x$  και  $A\Gamma = 3x - 7$ .

A. Να δείξετε ότι:  $x = 5$  και να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου.

B. Να δείξετε ότι το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο.

Γ. Να βρείτε το εμβαδόν του και το μήκος του ύψους  $AD$ .



ΑΠΑΝΤΗΣΗ: B.  $AB = 6\text{cm}$ ,  $B\Gamma = 10\text{cm}$ ,  $A\Gamma = 8\text{cm}$ . Γ.  $(AB\Gamma) = 24\text{cm}^2$ ,  $AD = 4,8\text{cm}$

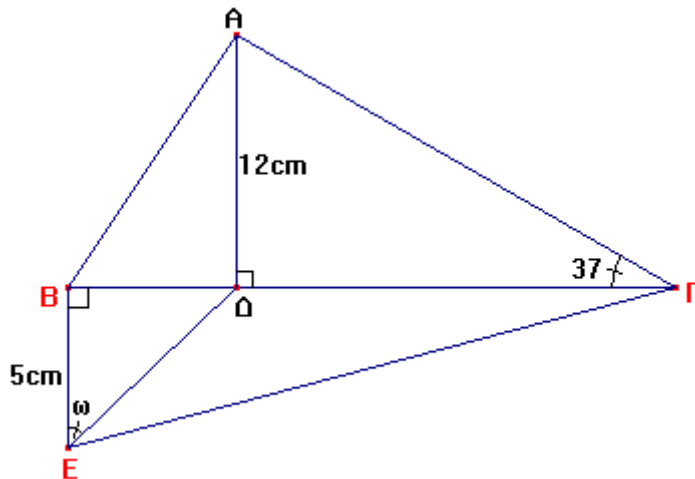
13. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ότι  $AD = 12\text{cm}$  και οι γωνίες  $\widehat{\epsilon\phi\omega} = 1,8$  και  $\widehat{\Gamma} = 37^\circ$ .

A. Να δείξετε ότι  $BD = 9\text{cm}$  και  $AG = 20\text{cm}$

B. Να δείξετε ότι  $\widehat{A} = 90^\circ$ .

Γ. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου  $\Gamma\Delta\epsilon$ ,

Δίνεται ότι:  $\eta\mu 37^\circ = 0,6$ ,  $\sigma\upsilon\nu 37^\circ = 0,8$ ,  $\epsilon\phi 37^\circ = 0,75$ .

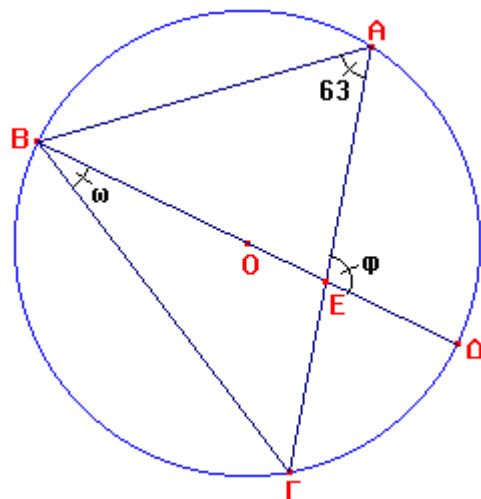


ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Γ.  $(\Gamma\Delta\epsilon) = 40\text{cm}^2$ .

14. Στο παρακάτω σχήμα είναι η  $B\Delta$  διάμετρος, το τόξο  $A\Delta = 80^\circ$  και γωνία  $\widehat{A} = 63^\circ$ .

A. Να υπολογίσετε τις γωνίες:  $\widehat{\omega}$  και  $\widehat{\phi}$ .

B. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

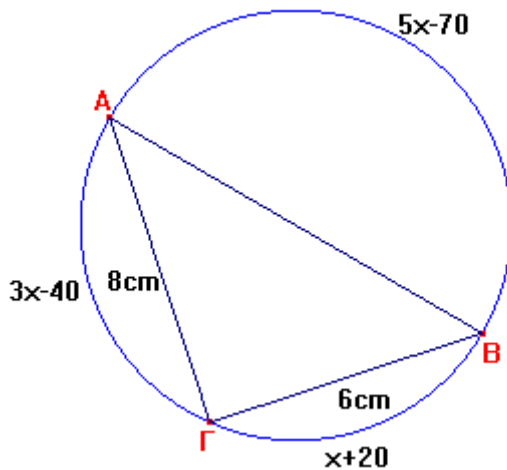


15. Στο παρακάτω σχήμα είναι τόξο  $AB = 5x - 70^\circ$ ,  $B\Gamma = x + 20^\circ$  και  $A\Gamma = 3x - 40^\circ$  και οι χορδές  $A\Gamma = 8\text{cm}$  και  $B\Gamma = 6\text{cm}$ .

A. Να αποδείξετε ότι  $x = 50^\circ$  και να υπολογίσετε τα τόξα  $AB$ ,  $B\Gamma$  και  $A\Gamma$ .

B. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

Γ. Να δικαιολογήσετε γιατί η  $AB$  είναι διάμετρος του κύκλου και να βρείτε το μήκος της.



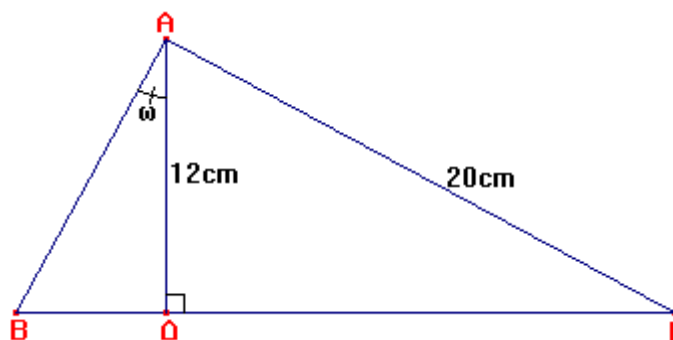
ΑΠΑΝΤΗΣΗ: B.  $\hat{A} = 35^\circ$ ,  $\hat{B} = 55^\circ$  και  $\hat{\Gamma} = 90^\circ$

16. Στο παρακάτω σχήμα είναι  $AD = 12\text{cm}$ ,  $AG = 20\text{cm}$  και  $\sin \hat{\omega} = 0,8$ .

A. Να δείξετε ότι  $AB = 15\text{cm}$  και  $\Gamma D = 16\text{cm}$

B. Να δείξετε ότι το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο.

Γ. Να βρείτε το εμβαδόν του  $AB\Gamma$ , την εφ $\hat{\Gamma}$  και το ημ $\hat{B}$ .



ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Γ.  $(AB\Gamma) = 150\text{cm}^2$ .

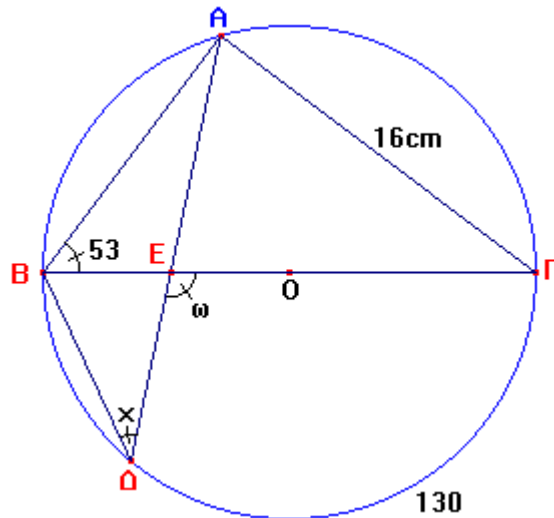
17. Στο παρακάτω σχήμα η ΒΓ είναι διάμετρος του κύκλου (Ο, ρ) είναι τόξο  $\widehat{B\Gamma} = 130^\circ$  και η γωνία  $\widehat{B} = 53^\circ$ .

Α. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.

Β. Να υπολογίσετε τις γωνίες:  $\hat{\omega}$  και  $\hat{x}$ .

Γ. Να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου ΑΒΓ.

Δίνεται ότι:  $\eta\mu 53^\circ = 0,8$ ,  $\sigma\upsilon\nu 53^\circ = 0,6$ ,  $\epsilon\varphi 53^\circ = 1,33$

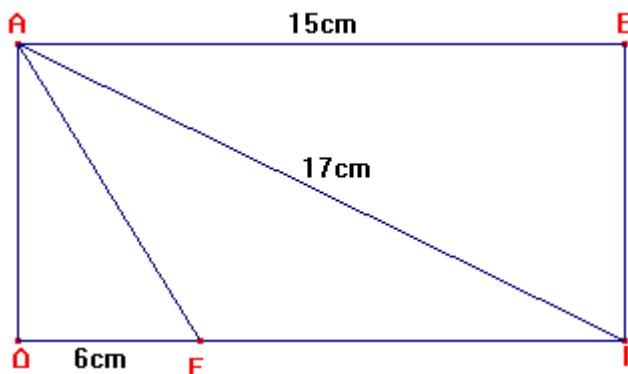


ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Α.  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $\hat{\Gamma} = 37^\circ$  Β.  $AB = 12\text{cm}$ ,  $AG = 16\text{cm}$ ,  $BG = 20\text{cm}$ . Γ.  $\hat{x} = 37^\circ$ ,  $\hat{\omega} = 102^\circ$

18. Στο παρακάτω ορθογώνιο είναι  $AB = 15\text{cm}$ ,  $AG = 17\text{cm}$  και  $DE = 6\text{cm}$ .

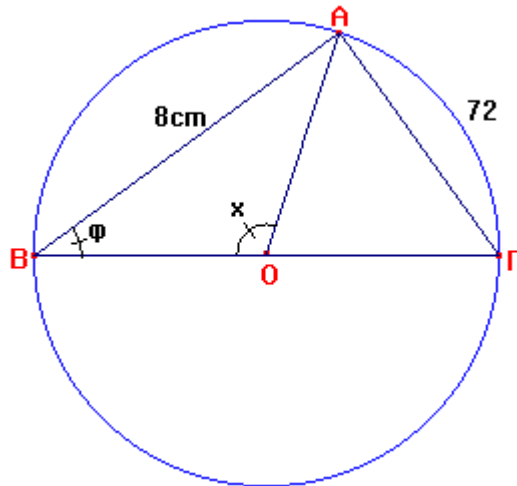
Α. Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΒΓ και ΑΕ

Β. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΕΓ και του τραπεζίου ΑΒΓΕ.



19. Στο παρακάτω σχήμα η ΒΓ είναι διάμετρος του κύκλου (Ο, 5cm), το τόξο ΑΓ = 72° και η χορδή ΑΒ = 8cm.

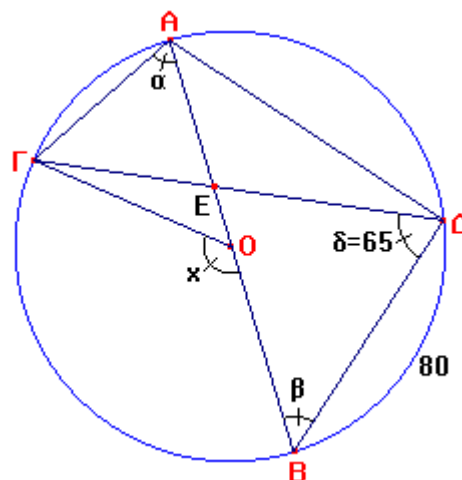
- A. Να υπολογίσετε τις γωνίες:  $\hat{\varphi}$  και  $\hat{x}$ .  
 B. Θα μπορούσε η χορδή ΑΓ να ήταν πλευρά ενός κανονικού πενταγώνου;  
 Γ. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ και το εμβαδόν του.



ΑΠΑΝΤΗΣΗ: A.  $\hat{\varphi} = 36^\circ$  και  $\hat{x} = 108^\circ$ , Γ.  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $\hat{B} = 36^\circ$  και  $\hat{\Gamma} = 54^\circ$ ,  $(AB\Gamma) = 24\text{cm}^2$ .

20. Στο παρακάτω σχήμα είναι η ΑΒ διάμετρος, το τόξο ΒΔ = 80° και γωνία  $\hat{\delta} = 65^\circ$ .

- A. Να υπολογίσετε τις γωνίες:  $\hat{\alpha}$ ,  $\hat{\beta}$  και  $\hat{x}$   
 B. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΕΔ.



ΑΠΑΝΤΗΣΗ: A.  $\hat{\alpha} = 65^\circ$ ,  $\hat{\beta} = 50^\circ$  και  $\hat{x} = 130^\circ$  B.  $\hat{A} = 40^\circ$ ,  $\hat{E} = 40^\circ$  και  $\hat{\Delta} = 25^\circ$