

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΠΑΝΟΥΣΑΚΗΣ ΣΩΤΗΡΙΟΣ

1. Δίνονται οι παραστάσεις :

$$A = 10 \cdot (48:6 - 6)^3 - 5 \cdot (3 \cdot 8 - 6 \cdot 2^2)^4 + (1 + 3^2)^2$$

$$B = 5 \cdot (7 + 3)^2 - (21 - 18)^3 \cdot (5 - 1)^2 - (15^2 + 15):5 =$$

α. Να δείξετε ότι: $A = 180$ και $B = 20$.

β. Να υπολογίσετε τον αριθμό: $K = (A - 5 \cdot B):B + (A + B):8$

γ. Αν $K = 29$ να εξετάσετε αν ο K είναι πρώτος ή σύνθετος. (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.)

δ. Να γράψετε την ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης του A με το K .

2. **A.** Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$K = (3^2 + 1)^2:5 + (6 \cdot 5 - 15) \cdot 2 - (18 + 2^5):5$$

$$\Lambda = (5 \cdot 8 - 6^2)^3:2 + (5^2 - 3 \cdot 7) \cdot 7 + (4 \cdot 9 + 4) - 2^3 \cdot 5$$

B. Αν $K = 40$ και $\Lambda = 60$ είναι οι τιμές των παραπάνω παραστάσεων, να αναλύσετε τους αριθμούς K και Λ σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και με την βοήθεια της ανάλυσης να βρείτε το Ε.Κ.Π και τον Μ.Κ.Δ των αριθμών αυτών.

Γ. Είναι οι αριθμοί K και Λ πρώτοι μεταξύ τους; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: **B.** Ε.Κ.Π = 120 και Μ.Κ.Δ = 20.

3. **A.** Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις.

α. Ο αριθμός 6024 διαιρείται με το 3 και το 4.

β. Οι αριθμοί 6 και 9 είναι πρώτοι μεταξύ τους.

γ. Η ισότητα: $48 = 8 \cdot 5 + 8$ παριστάνει Ευκλείδεια διαίρεση.

δ. Το Ε.Κ.Π των αριθμών: $\alpha = 2 \cdot 5^2$, $\beta = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ και $\gamma = 3^2 \cdot 5$ είναι ο αριθμός: $2^3 \cdot 3 \cdot 5$.

B. Να βρείτε το Ε.Κ.Π και τον Μ.Κ.Δ των αριθμών 42, 56 και 70.

Γ. Ένας ανθοπώλης αγόρασε 70 γαρύφαλλα, 56 τριαντάφυλλα, 42 μαργαρίτες και πλήρωσε 130€.

Να βρείτε:

α. Πόσες το πολύ ομοιόμορφες ανθοδέσμες μπορεί να φτιάξει και πόσα συνολικά λουλούδια θα περιέχει κάθε ανθοδέσμη;

β. Αν θέλει να κερδίσει 80€, πόσο πρέπει να πουλήσει την κάθε ανθοδέσμη;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

B. Ε.Κ.Π = 840, Μ.Κ.Δ = 14 **Γ.** α) 14, β) 5 γαρύφαλλα, 4 τριαντάφυλλα και 3 μαργαρίτες.

4. Ο αριθμός των μαθητών ενός σχολείου είναι μεταξύ 170 και 180. Αν μπουν σε 4άδες, 6άδες ή 8άδες θα περισσεύουν 6.

α. Πόσους μαθητές έχει το σχολείο;

β. Να εξετάσετε αν οι μαθητές μπορούν να μπουν σε 3άδες χωρίς να περισσεύει κανείς.

γ. Σε πόσες 5άδες μπορούν να μπουν οι μαθητές αυτοί αν περισσεύουν 4;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

α. 174, β. Μπορούν, γ. 34 - 5άδες.

5. Α. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις.

α. Ο αριθμός 4102 διαιρείται με το 2 και το 3.

β. Ο αριθμός 83 είναι πρώτος.

γ. Ο Μ.Κ.Δ των αριθμών $\alpha = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ και $\beta = 2^2 \cdot 3^3$ είναι ο αριθμός $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$

Β. Να βρείτε το Ε.Κ.Π και τον Μ.Κ.Δ των αριθμών: 18, 20 και 30.

Γ. Το πλοίο Α φτάνει στο λιμάνι του Πειραιά κάθε 18 ημέρες, το πλοίο Β κάθε 20 ημέρες και το πλοίο Γ κάθε 30 ημέρες. Αν η τελευταία φορά που συναντήθηκαν στο λιμάνι του Πειραιά ήταν Κυριακή, να βρείτε:

α. Σε πόσες μέρες θα ξανασυναντηθούν.

β. Τι μέρα της εβδομάδας θα είναι όταν ξανασυναντηθούν;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

Β: Ε.Κ.Π = 180, Μ.Κ.Δ = 2, Γ: α. 180, β. Παρασκευή

6.Α. Να συμπληρώσετε τα κενά με το κατάλληλο ψηφίο έτσι ώστε ο αριθμός:

α. $465 \square$ να διαιρείται ακριβώς με το 5.

β. $3 \square 5 \square$ να διαιρείται ακριβώς με το 2 και το 3.

γ. $5 \square 6 \square$ να διαιρείται ακριβώς με το 5 και το 9 αλλά όχι με το 10.

δ. $4 \square 3 \square$ να διαιρείται ακριβώς με το 4 και το 9.

Β. Να βρείτε τους διαιρέτες του αριθμού 180.

Γ. α. Να αναλύσετε τους αριθμούς 168 και 180 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και με την βοήθεια της ανάλυσης να βρείτε το Ε.Κ.Π και τον Μ.Κ.Δ των αριθμών αυτών.

β. Είναι οι αριθμοί 168 και 180 πρώτοι μεταξύ τους; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

Γ.α.: Ε.Κ.Π = 2520 και Μ.Κ.Δ = 12.

7. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$K = 5 \cdot (4 \cdot 10 - 34)^2 + (4 \cdot 7 - 5^2)^3 \cdot 4 - 5 \cdot (8^2 : 4 - 4)$$

$$\Lambda = (5 \cdot 4 - 4^2) - (7^2 - 5 \cdot 9) + 4 \cdot (3^2 + 1) + 2^2 \cdot 5$$

α. Να δείξετε ότι: $A = 228$ και $B = 60$

β. Να εξετάσετε αν οι αριθμοί K και Λ είναι πρώτοι μεταξύ τους.

γ. Να εξετάσετε αν οι αριθμοί 3 και 4 είναι διαιρέτες του αριθμού K .

δ. Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{K}{\Lambda}$ σε ανάγωγο.

8.A. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$K = 5 \cdot (3^3 - 17) + (5^2 - 20 : 2) \cdot 2$$

$$\Lambda = (7^2 - 3 \cdot 13)^2 + 5 \cdot (2^4 - 6) - 3 \cdot (6 + 2^2)$$

B. Αν $K = 80$ και $\Lambda = 120$ οι τιμές των παραπάνω παραστάσεων, να αναλύσετε τους αριθμούς K και Λ σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και με την βοήθεια της ανάλυσης να βρείτε το Ε.Κ.Π και τον Μ.Κ.Δ των αριθμών αυτών.

Γ. Να γράψετε τα πολλαπλάσια του K που είναι μεταξύ του 500 και του 1.000.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

B. Ε.Κ.Π = 240 και Μ.Κ.Δ = 40.

9.A. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις:

α. Ο αριθμός 6840 διαιρείται με το 3, το 4 και το 5.

β. Αν ένας αριθμός διαιρείται με το 10 θα διαιρείται και με το 5.

γ. Η ισότητα: $73 = 12 \cdot 5 + 13$ παριστάνει Ευκλείδεια διαίρεση.

δ. Ο Μ.Κ.Δ των αριθμών $\alpha = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$, $\beta = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ και $\gamma = 3^2 \cdot 5^3$ είναι ο αριθμός: 15

B. Να βρείτε το Ε.Κ.Π των αριθμών 28, 40 και 48.

Γ. Η Α' τάξη ενός γυμνασίου έχει 48 μαθητές, η Β' τάξη έχει 40 και η Γ' τάξη έχει 28.

α. Πόσες ομάδες μαθητών μπορούμε να φτιάξουμε, ώστε η κάθε ομάδα να έχει τον ίδιο αριθμό μαθητών από κάθε τάξη και από πόσους μαθητές κάθε τάξης θα αποτελέσει κάθε ομάδα;

β. Να εξετάσετε αν όλοι οι μαθητές του γυμνασίου μπορούν να μπουν σε 4άδες χωρίς να περισσεύει κανείς.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

B. Ε.Κ.Π = 840 Γ. α. 4ομάδες που έχουν 12, 10 και 7 μαθητές. β. Μπορούν

10. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$K = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3} + \left(\frac{3}{2} - \frac{13}{12}\right) \text{ και } \Lambda = 2 \cdot \left(2 - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{16}\right) \cdot \frac{4}{3}$$

A. Να δείξετε ότι: $K = \frac{2}{3}$ και $\Lambda = \frac{3}{4}$

B. α. Να συγκρίνετε τα κλάσματα: $\frac{2}{3}$ και $\frac{3}{4}$

β. Να βρείτε ένα κλάσμα μεγαλύτερο του $\frac{2}{3}$ και μικρότερο του $\frac{3}{4}$

11. Δίνονται τα κλάσματα: $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{8}$ και $\frac{3}{4}$.

α. Να βάλετε σε σειρά τα κλάσματα, από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο.

β. Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ομώνυμα.

γ. Να υπολογίσετε την παράσταση $K = \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{5}\right) : \frac{3}{8} + \frac{3}{8} : \frac{3}{4}$ και να μετατρέψετε το κλάσμα σε ανάγωγο.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

γ. $K = \frac{9}{10}$

12.A. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις .

α. Τα $\frac{5}{4}$ του 12 είναι 15.

β. Ένα κλάσμα ανάγωγο είναι πάντα μικρότερο του 1.

γ. Αν μικρύνουμε τον παρονομαστή ενός κλάσματος και αφήσουμε ίδιο τον αριθμητή το κλάσμα μικραίνει.

δ. Ο αντίστροφος του αριθμού $2\frac{8}{5}$ είναι ο αριθμός $2\frac{5}{8}$.

B. Ένας τεχνίτης έστρωσε μια ημέρα τα $\frac{7}{15}$ ενός δαπέδου με πλακάκια και την επομένη ημέρα έστρωσε το $\frac{1}{2}$ του υπόλοιπου δαπέδου.

α. Ποιο τμήμα του δαπέδου έχει στρώσει συνολικά τις δύο ημέρες ;

β. Αν το δάπεδο που έχει απομείνει άστρωτο έχει εμβαδόν 20m^2 , να υπολογίσετε το εμβαδόν του δαπέδου.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

B. α. $\frac{11}{15}$ β. 75m^2

13.A. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις:

α. Ο αριθμός 6480 διαιρείται με το 5 και το 9.

β. Ο αριθμός 2015 είναι σύνθετος.

γ. Η ισότητα: $70 = 9 \cdot 7 + 7$ παριστάνει Ευκλείδεια διαίρεση.

δ. Το Ε.Κ.Π των αριθμών $\alpha = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$, $\beta = 2 \cdot 3^2$ και $\gamma = 3^2 \cdot 5$ είναι ο αριθμός: $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$.

B. Να αναλύσετε τους αριθμούς 60 και 72 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και με την βοήθεια της ανάλυσης να βρείτε το Ε.Κ.Π και τον Μ.Κ.Δ των αριθμών.

Γ. Ένας ανθοπώλης έχει 60 τριαντάφυλλα και 72 γαρύφαλλα και θέλει να φτιάξει ανθοδέσμες που να περιέχουν τον ίδιο αριθμό τριαντάφυλλων και γαρύφαλλων. Να βρείτε :

α. Πόσες το πολύ ανθοδέσμες μπορεί να φτιάξει;

β. Πόσα τριαντάφυλλα και πόσα γαρύφαλλα θα περιέχει κάθε ανθοδέσμη;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

A. Ε.Κ.Π = 360 , Μ.Κ.Δ = 12 B. α) 12, β) 5 τριαντάφυλλα και 6 γαρύφαλλα.

14. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$K = (8 + 2)^2 \cdot 4 - 5 \cdot (3 \cdot 12 - 6^2)^{1000} + 11 \cdot (10 - 3^2)^{2020}$$

$$\Lambda = 9 \cdot \frac{5}{2} + \frac{21}{2} : \frac{1}{3} - 26$$

α. Να δείξετε ότι: $A = 36$ και $B = 28$.

β. Να αναλύσετε τους αριθμούς A και B σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και με την βοήθεια της ανάλυσης να βρείτε το Ε.Κ.Π και τον Μ.Κ.Δ των αριθμών αυτών.

γ. Αν είναι $E.K.P(A,B) = 252$ να δικαιολογήσετε γιατί αυτό διαιρείται με το 3 και το 4.

15.A. Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$K = \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{3} + \left(5 - \frac{7}{2}\right) : \frac{3}{5} - \left(2\frac{1}{4} - \frac{3}{2}\right)$$

B. Ο Νίκος είχε 100 €. Από αυτά ξόδεψε τα $\frac{3}{5}$ για να αγοράσει βιβλία και τα $\frac{7}{8}$ των υπολοίπων χρημάτων για να αγοράσει CD. Πόσα CD αγόρασε αν το καθένα είχε 5€ ;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

$$K = \frac{7}{3} \quad B: 7CD .$$

16.A. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = 1 + 15 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5} \right)$$

$$B = \left(\frac{7}{2} + \frac{1}{6} \right) : 5 + \left(\frac{7}{10} - \frac{2}{5} \right) : \frac{1}{2} + \left(\frac{5}{3} - 1 \right) \cdot \frac{5}{2}$$

B. Αν $A = 8$ και $B = 3$ οι τιμές των παραπάνω παραστάσεων, να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{B}{A}$ σε ισοδύναμο με παρονομαστή το 56.

Γ. Να συγκρίνετε τις παραστάσεις: $K = 1 - \frac{B}{A}$ και $\Lambda = \frac{A}{B} - 1$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

α. $A = 8$, $B = 3$ γ. $K < \Lambda$

17.A. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = \frac{7}{10} \cdot \frac{4}{3} + \frac{12}{5} - \frac{5^2 \cdot 2 - 50}{150}$$

$$B = 2 \cdot 3^3 - 50 \cdot (3^2 - 2 \cdot 4)^{50} + (2 \cdot 8 - 4^2) \cdot 50$$

B. Αν $A = \frac{10}{3}$ και $B = 4$ οι τιμές των παραπάνω παραστάσεων

α. Να βρείτε ένα κλάσμα μεταξύ των A και B .

β. Μεταξύ ποιων διαδοχικών φυσικών αριθμών βρίσκεται ο αριθμός A .

γ. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $K = \frac{A+B}{B-A} + \frac{10 \cdot B}{A}$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: β) ii. $3 < A < 4$, iii. $K = 23$

18. Γεμίσαμε κατά τα $\frac{4}{5}$ της μια δεξαμενή σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 1m, 1m και 1,5m με πετρέλαιο που αγοράσαμε προς 0,95 € το λίτρο.

α. Εάν κάθε ημέρα καταναλώνουμε το 4% του αρχικού περιεχομένου, σε πόσες ημέρες θα αδειάσει η δεξαμενή;

β. Με πόσα χρήματα γεμίζει η δεξαμενή;

γ. Μετά από 15 ημέρες τι ποσοστό της δεξαμενής θα καταλαμβάνει το πετρέλαιο;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: α. 25 ημέρες, β. 1.425€, γ. 48%

19. Ένα οικόπεδο έχει σχήμα ορθογώνιο με διαστάσεις 40 m και 50 m. Λόγω κατασκευής ενός δρόμου θα του απαλλοτριωθεί το $\frac{1}{5}$ του οικοπέδου του και θα αποζημιωθεί για αυτό 15000€ το στρέμμα.

α. Πόσα χρήματα θα πάρει από την απαλλοτρίωσης ;

β. Πόσα χρήματα αξίζει το οικόπεδο, σύμφωνα με την τιμή της απαλλοτρίωσης ;

γ. Εάν στο οικόπεδο που του έμεινε χτίσει μία αποθήκη με βάση τετράγωνο πλευράς 20m, τι ποσοστό του οικοπέδου θα είναι ακάλυπτος χώρος ;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

α. 6.000€ β. 30.000€ γ. 75%

20. Αγοράσαμε δύο χωράφια και για το πρώτο που είχε σχήμα ορθογώνιο με διαστάσεις 100m και 40m πληρώσαμε 10000€, ενώ για το δεύτερο που είχε σχήμα τετράγωνο με πλευρά 60 m πληρώσαμε 9000 € .

α. Ποιο από τα δύο ήταν ακριβότερο;

β. Πόσα χρήματα πληρώσαμε για να τα περιφράξουμε αν το ένα μέτρο κοστίζει 10€;

γ. Πόσο πρέπει να τα πουλήσουμε αν θέλουμε να κερδίσουμε 30%;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

α. Έχουν την ίδια τιμή, β. 5.200€, γ. 31.460€

21. Οι μαθητές ενός γυμνασίου διοργάνωσαν μία εκδήλωση με σκοπό την χρηματική ενίσχυση των ταμείων των τριών τάξεων. Από τα 2400€ που εισέπραξαν το 40 % ήταν τα έξοδα της εκδήλωσης και τα υπόλοιπα τα μοίρασαν οι τάξεις ανάλογα με τον αριθμό των μαθητών τους.

Αν η Α' τάξη είχε 46 μαθητές, η Β' τάξη 40 μαθητές και η Γ' τάξη 34 μαθητές, να υπολογίσετε:

α. Πόσα ήταν τα έξοδα της εκδήλωσης.

β. Τι μέρος των χρημάτων θα μοιραστεί στις τάξεις.

γ. Το ποσό που θα πάρει η κάθε τάξη.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

α. 960€, β. $\frac{3}{5}$, γ. Α' = 552€, Β' = 480€, Γ' = 408€

22. Ένας έμπορος αυτοκινήτων αγόρασε 25 αυτοκίνητα συνολικής αξίας 368.000€ και τα πούλησε προς 18.400€ το ένα. Τα χρήματα που κέρδισε θέλει να καταθέσει σε μία τράπεζα για δύο χρόνια, και για το λόγο αυτό ζητάει προσφορές από δύο τράπεζες.

Η «A Bank» του πρόσφερε επιτόκιο 2% για τον πρώτο χρόνο και 5% για το δεύτερο χρόνο.

Η «B Bank» του πρόσφερε επιτόκιο 3,5% σταθερό και για τα δύο χρόνια.

α. Να βρείτε το ποσοστό κέρδους του.

β. Σε ποια τράπεζα τον συμφέρει να καταθέσει τα χρήματά του, αν γνωρίζουμε ότι ο τόκος του πρώτου έτους κεφαλαιοποιηθεί;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: α. 25% β. Στη «B Bank»

23. Ένα κατάστημα κάνει την ίδια έκπτωση σε όλα τα προϊόντα του. Ένα ψυγείο αξίας 520€, πωλείται με την έκπτωση 416€.

A. Να βρείτε το ποσοστό % της έκπτωσης.

B. Αν το ποσοστό της έκπτωσης είναι 20% να βρείτε:

α. την τελική τιμή μιας τηλεόρασης αξίας 400€.

β. την αρχική τιμή ενός πλυντηρίου που με την έκπτωση πωλείται 456€.

γ. την αρχική τιμή μιας ηλεκτρικής κουζίνας στην οποία γίνεται έκπτωση 210€.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: A. 20% B. α. 320€, β. 570€, γ. 1050€

24. Ένας παραγωγός είχε 2.500Kg ροδάκινα. Πούλησε το 30% της παραγωγής του σε ένα εργοστάσιο αναψυκτικών και τα 3/5 σε εμπόρους. Από τα υπόλοιπα τα 4/5 τα πούλησε μόνος του.

α. Πόσα κιλά πούλησε στο εργοστάσιο και πόσα σε εμπόρους;

β. Πόσα κιλά πούλησε μόνος του;

γ. Τι μέρος της παραγωγής του έμεινε απούλητο;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: α. 750Kg, 1500Kg , β. 200Kg , γ. 2%

25. Σε ένα κατάστημα ηλεκτρονικών αγοράσαμε έναν Η/Υ με έκπτωση 15% και πληρώσαμε 680€. Αγοράσαμε και ένα ζευγάρι ηχεία με αρχική τιμή 84€ και πληρώσαμε 63€.

α. Να βρείτε ποια ήταν η τιμή του Η/Υ πριν την έκπτωση.

β. Να βρείτε το ποσοστό της έκπτωσης που μας έκαναν στα ηχεία.

γ. Πόσα χρήματα πληρώσαμε για να αγοράσουμε τον Η/Υ και τα ηχεία αν ο Φ.Π.Α ήταν 24%;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: α. 800€ β. 25% γ. 921,32€

26.A. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις:

α. Η εξίσωση: $\alpha : x = \beta$ έχει λύση την $x = \beta : \alpha$

β. Ο αριθμός 4 είναι λύση της εξίσωσης: $28 - 5 \cdot x = 8$.

γ. Η εξίσωση: $0 \cdot x = 0$ είναι ταυτότητα.

δ. Η εξίσωση: $x + 3 + x = 2x + 3$ είναι αδύνατη.

B. Να λύσετε την εξίσωση:

$$8 + 2x + 5 + 4x = 50 - 13$$

Γ. Από ποιον αριθμό αν αφαιρέσουμε τα $\frac{3}{5}$ του, βρίσκουμε 14;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

B. $x = 4$, Γ. 35

27.A. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x + 6 + 2x + 4 = 37 - 9$

β. $\frac{x}{8} - \frac{1}{4} = \frac{5}{2}$

B. Σε μία θεατρική παράσταση πήγαν 47 αγόρια , κορίτσια και γονείς . Αν τα αγόρια ήταν τριπλάσια από τους γονείς και τα κορίτσια 5 περισσότερα από τα αγόρια , να βρείτε πόσοι ήταν οι γονείς ,τα αγόρια και τα κορίτσια .

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

A: α) $x = 6$ β) $x = 22$ B: 18 αγόρια, 23 κορίτσια και 6 γονείς.

28.A. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x + 6 + x + 8 + 2x = 12 + 18$

β. $\frac{5x-3}{9} = \frac{4}{3}$

B. Από μια δεξαμενή που περιέχει 500 λίτρα πετρέλαιο, καταναλώνουμε κάθε μέρα 25 λίτρα.

Μετά από πόσες μέρες θα μείνουν στην δεξαμενή 200 λίτρα;

(Να λύσετε το πρόβλημα με εξίσωση)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

A: $x = 4$ και $x = 3$ B: 12 μέρες

29.A. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις .

α. Η εξίσωση: $\alpha + x = \beta$ έχει λύση την $x = \alpha - \beta$

β. Ο αριθμός 3 είναι λύση της εξίσωσης: $2x + 5 = 11$.

γ. Η εξίσωση: $0 \cdot x = 5$ είναι αδύνατη.

δ. Η εξίσωση: $2 + x = x + 3$ είναι ταυτότητα.

B. Να λύσετε την εξίσωση:

$$3x + 2x - 8 + x = 34$$

Γ. Τρεις αριθμοί έχουν άθροισμα 180. Να βρεθούν οι αριθμοί, αν ο πρώτος είναι διπλάσιος του δεύτερου και ο τρίτος μικρότερος του πρώτου κατά 10 .

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Β. $x = 7$, Γ. 76, 38, 66

30.A. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $5x + 3 + x - 2x = 50 - 15$

β. $\frac{2x+1}{10} + \frac{2}{5} = \frac{3}{2}$

B. Ένα ορθογώνιο έχει μήκος τριπλάσιο από το πλάτος του. Αν η περίμετρος του είναι 80 cm , να βρεθούν οι διαστάσεις του .

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Α. $x = 8$ και $x = 5$ Β. 10cm και 30cm

31.A. Τρεις αριθμοί α, β, γ , έχουν άθροισμα 21. Αν ο α ισούται με το μισό του β και ο γ είναι διπλάσιος του β , να βρείτε τους αριθμούς.

B. Αν $\alpha = 3, \beta = 6$ και $\gamma = 12$, είναι οι παραπάνω αριθμοί, να λύσετε την εξίσωση:

α. $\beta - \alpha \cdot x = \gamma$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Α. $\alpha = 3, \beta = 6, \gamma = 12$ Β. $x = 2$

32. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $4x + 10 - x + 6 = 40 - 12$

β. $\frac{x+1}{8} + \frac{5}{4} = \frac{13}{8}$

γ. $\frac{1}{4} + \frac{10-x}{8} = \frac{3}{4}$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: α. $x = 4$, β. $x = 2$, γ. $x = 6$

- 33.A.** Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις :
- α. Η ακτίνα ενός κύκλου είναι διπλάσια της διαμέτρου.
 - β. Η εφαπτομένη και ο κύκλος έχουν ένα κοινό σημείο.
 - γ. Αν ένα σημείο A απέχει από το κέντρο O ενός κύκλου (O, 5cm) απόσταση 3cm, τότε το σημείο A θα ανήκει στον κυκλικό δίσκο(O, 5cm).
 - δ. Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο σημεία του κύκλου λέγεται τόξο.
- B.** Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο ABΓ με $AB = 4\text{cm}$, $BΓ = 6\text{cm}$ και $AΓ = 5\text{cm}$ και να φέρετε το ύψος του ΑΔ. Να σχεδιάσετε και τον κύκλο (Γ, ΓΔ) και να ονομάσετε Ε το σημείο που ο κύκλος τέμνει την πλευρά ΑΓ.
- α. Ποια είναι η θέση της ευθείας ΑΔ ως προς τον κύκλο (Γ, ΓΔ),
 - β. Τι είδους τρίγωνο είναι το ΓΔΕ; (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)

34.A. Τι ονομάζεται χορδή και τι τόξο ενός κύκλου (O, ρ);

- B.** Να σχεδιάσετε ένα κύκλο (O, 4cm) και να πάρετε σε αυτόν μια χορδή $AB = 6\text{cm}$.
- α. Να πάρετε ένα σημείο M στο μεγαλύτερο τόξο \widehat{AB} και να φέρετε την εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο M. (Να περιγράψετε την κατασκευή της εφαπτομένης.)
 - β. Τι είδους τρίγωνο είναι το OAB;
 - γ. Να σχεδιάσετε ένα κύκλο (A, 4cm) και να ονομάσετε Γ και Δ τα σημεία τομής των δύο κύκλων. Τι είδους τρίγωνο είναι το OΑΓ; (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)

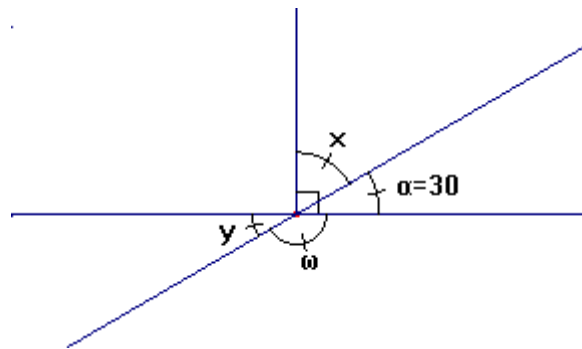
35.A. Τι ονομάζεται κύκλος (O, ρ) και τι εφαπτομένη ενός κύκλου (O, ρ);

- B.** Να σχεδιάσετε ένα κύκλο (O, 4cm) και μια διάμετρό του AB. Να φέρετε την εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A και να πάρετε σε αυτήν ένα ευθύγραμμο τμήμα $AM = OA$
- α. Τι είδους τρίγωνο είναι το MOA;
 - β. Να ονομάσετε Δ και Ε τα σημεία που η MO τέμνει τον κύκλο. Να φέρετε την απόσταση EZ του σημείου E προς την διάμετρο και να δικαιολογήσετε γιατί η EZ και η AM είναι παράλληλες.
 - γ. Αν είναι η γωνία $\widehat{AOM} = 45^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες \widehat{BOE} και \widehat{BOM} .

36.A. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις.

- α. Αν δύο γωνίες έχουν κοινή κορυφή είναι κατακορυφήν.
- β. Μία γωνία που έχει μέτρο μεγαλύτερο από 180° και μικρότερο από 360° είναι μη κυρτή.
- γ. Μια γωνία που έχει τις πλευρές της αντικείμενες ημιευθείες είναι αμβλεία.
- δ. Αν μία γωνία είναι αμβλεία, τότε και η παραπληρωματική της είναι αμβλεία.

B. Στο παρακάτω σχήμα είναι $\hat{\alpha} = 60^{\circ}$. Να υπολογίσετε τις γωνίες: \hat{x} και \hat{y} και $\hat{\omega}$.



Γ. Τρεις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ και $\hat{\gamma}$ έχουν άθροισμα μία πλήρη γωνία. Αν η γωνία $\hat{\alpha}$ έχει μέτρο ίσο με τα $6/5$ της ορθής και η γωνία $\hat{\beta}$ έχει μέτρο ίσο με τα $7/10$ της ευθείας γωνίας, να βρείτε τα μέτρα των γωνιών.

37.A. Τοποθέτησε τις παρακάτω ονομασίες γωνιών με σειρά μεγέθους του μέτρου τους:

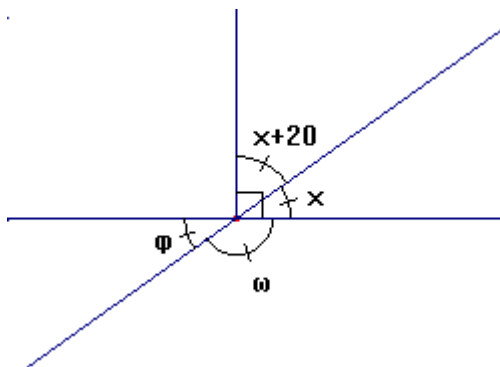
Ορθή - Μη κυρτή - Πλήρης - Μηδενική - Αμβλεία - Οξεία.

B. Ποιες γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές και ποιες κατακορυφήν;

Γ. Στο παρακάτω σχήμα είναι $\hat{\alpha} = x$ και $\hat{\beta} = x + 20^{\circ}$

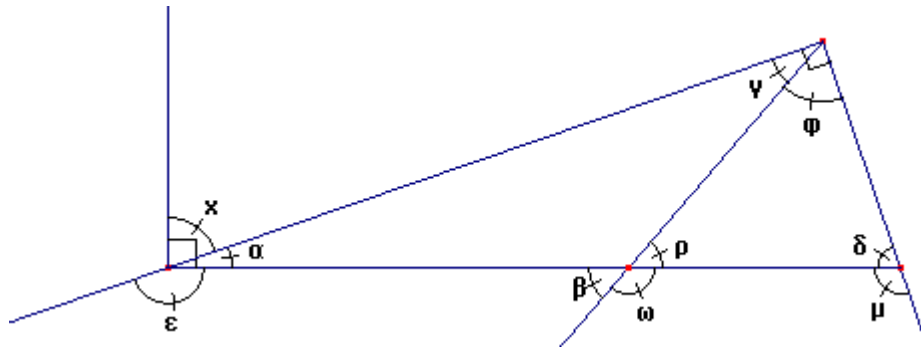
α. Να δείξετε ότι $\hat{\alpha} = 35^{\circ}$ και $\hat{\beta} = 55^{\circ}$

β. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\varphi}$ και $\hat{\omega}$.



ΑΠΑΝΤΗΣΗ: B. $\hat{\varphi} = 35^{\circ}$ και $\hat{\omega} = 145^{\circ}$

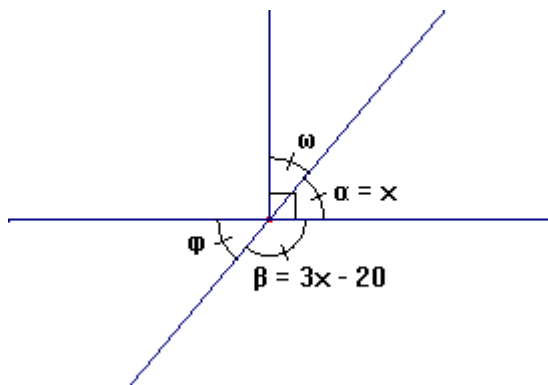
38.A Να βρείτε όλα τα ζεύγη των κατακορυφών, συμπληρωματικών και παραπληρωματικών γωνιών που είναι σημειωμένες στο παρακάτω σχήμα.



B. Στο παρακάτω σχήμα είναι $\hat{\alpha} = x$ και $\hat{\beta} = 3x - 20^\circ$.

α. Να δείξετε ότι $\hat{\alpha} = 50^\circ$ και $\hat{\beta} = 150^\circ$.

β. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\phi}$ και $\hat{\omega}$.



ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Γ. $\hat{\phi} = 50^\circ$ και $\hat{\omega} = 130^\circ$

39.A. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις:

- Αν δύο γωνίες έχουν κοινή κορυφή και μία κοινή πλευρά είναι εφεξής.
- Μία γωνία που έχει μέτρο μεγαλύτερο από 90° και μικρότερο από 180° είναι αμβλεία.
- Μια γωνία που οι πλευρές της ταυτίζονται είναι πάντοτε μηδενική.
- Αν μία γωνία είναι οξεία, τότε και η συμπληρωματική της είναι οξεία.

B. Στο παρακάτω σχήμα είναι $\hat{\alpha} = x$, $\hat{\beta} = 3x$ και $\hat{\gamma} = x + 10^\circ$

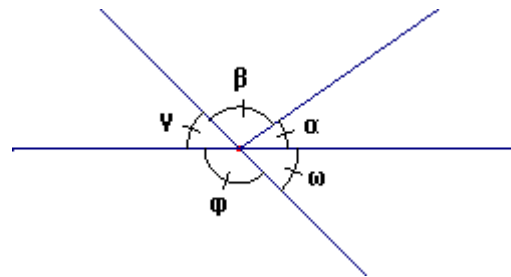
α. Να δείξετε ότι $x = 34^\circ$.

β. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ και $\hat{\gamma}$.

γ. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\varphi}$ και $\hat{\omega}$.

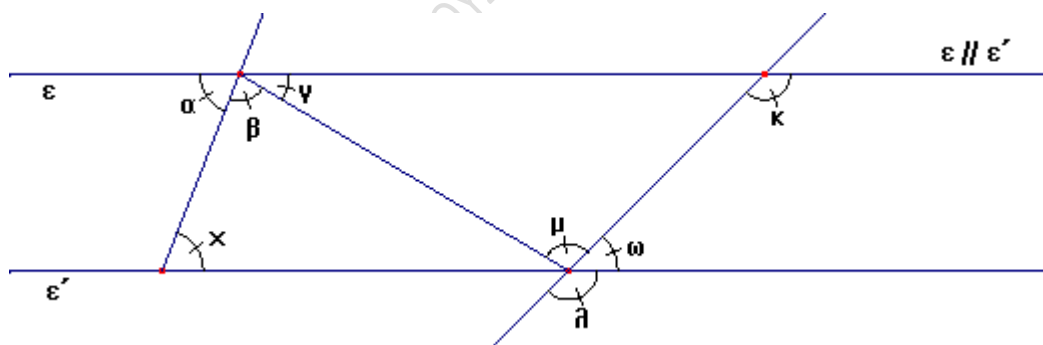
ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Β. β. $\hat{\alpha} = 34^\circ$, $\hat{\beta} = 102^\circ$ και $\hat{\gamma} = 64^\circ$.

γ. $\hat{\varphi} = 64^\circ$ και $\hat{\omega} = 116^\circ$



40Α. Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

- Οι γωνίες $\hat{\alpha}$ και $\hat{\chi}$ είναι: α. εντός και επί τα αυτά β. εντός εναλλάξ
γ. εντός εκτός και επί τα αυτά δ. Τίποτα από τα προηγούμενα.
- Οι γωνίες $\hat{\kappa}$ και $\hat{\omega}$ είναι: α. εντός εναλλάξ β. εντός εκτός και επί τα αυτά
γ. εντός και επί τα αυτά δ. Τίποτα από τα προηγούμενα.
- Οι γωνίες $\hat{\mu}$ και $\hat{\beta}$ είναι: α. εντός και επί τα αυτά β. εντός εναλλάξ
γ. εντός εκτός και επί τα αυτά δ. Τίποτα από τα προηγούμενα.
- Οι γωνίες $\hat{\kappa}$ και $\hat{\lambda}$ είναι: α. εντός εναλλάξ β. εντός εκτός και επί τα αυτά
γ. εντός και επί τα αυτά δ. Τίποτα από τα προηγούμενα.



B. Στο παρακάτω σχήμα είναι $\epsilon // \epsilon'$ και οι γωνίες $\hat{\alpha} = x$, $\hat{\beta} = 2x$ και $\hat{\gamma} = 2x - 15^\circ$

α. Να δείξετε ότι $x = 75^\circ$.

β. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ και $\hat{\gamma}$.

γ. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\varphi}$ και $\hat{\omega}$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

Β. $\hat{\alpha} = 75^\circ$, $\hat{\beta} = 150^\circ$, $\hat{\gamma} = 135^\circ$.

$\hat{\varphi} = 30^\circ$ και $\hat{\omega} = 60^\circ$

