

Α. 1.5 ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΙΙΙ.

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΠΑΝΟΥΣΑΚΗΣ ΣΩΤΗΡΙΟΣ

1. Να κάνετε τις πράξεις.

α. $(4\alpha + 2\beta) \cdot (-3\alpha + 4\beta) - (5\alpha - 3\beta) \cdot (5\beta + 3\alpha) - (4\alpha - 5\beta)^2$

β. $(\alpha^2 - 3)^2 - (3\alpha^2 - 2) \cdot (3 - 2\alpha^2) + (-2\alpha + 3) \cdot (3 + 2\alpha)$

γ. $(\alpha - 2)(\alpha^2 + 4) \cdot (2 + \alpha) - (\alpha^2 - 2)^2 + (\alpha^2 - 3)(\alpha^2 + 2)$

δ. $(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta \cdot (\alpha + \beta) - (\alpha^3 + \beta^3)$

ε. $(\alpha^\nu - 2)^2 - (\alpha^\nu - 3) \cdot (\alpha^\nu + 3) - (\alpha^\nu - 5) \cdot (\alpha^\nu + 1)$

2. Να κάνετε τις πράξεις.

α. $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6} + 3)^2 - (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) \cdot (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$

β. $(\alpha^2 + 3\alpha - 2)^2 - (\alpha^2 - \alpha + 3)^2$

γ. $(\alpha^\nu - 1) \cdot (\alpha^{2\nu} + 1) \cdot (\alpha^\nu + 1) - (\alpha^{2\nu} - 1)^2$

δ. $(x + 2)^3 - (2x - 3)^3 + (1 - 3x)^3$

ε. $(x^3y + xy)^2 - (x^2 - 1) \cdot x^4y^2 + (x^2y - xy) \cdot (xy + x^2y)$

2. Να αποδείξετε τις ισότητες:

α. $(\alpha x + \beta y)^2 + (\alpha y - \beta x)^2 = (\alpha^2 + \beta^2) \cdot (x^2 + y^2)$

β. $(\alpha^2 + 1) \cdot (x^2 + 4) - (2\alpha - x)^2 = (\alpha x + 2)^2$

γ. $(2\alpha^2 - 1)^3 - 2 \cdot (2\alpha^3 - 1) \cdot (2\alpha^3 + 1) - 1 = 6\alpha^2(1 - 2\alpha^2)$

δ. $(\alpha\beta - 1)^2 + (\alpha + \beta)^2 = (\alpha^2 + 1) \cdot (\beta^2 + 1)$

ε. $\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)^2 - \left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)^2 = \alpha\beta$

3. Αν $\alpha = 3^{2023} + 3^{-2023}$ και $\beta = 3^{2023} - 3^{-2023}$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \alpha^2 - \beta^2.$$

4. Αν ισχύει $\alpha - \beta = 2$, να αποδείξετε ότι: $\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta - 4\alpha + 4\beta + 3 = -1$ 5. Αν ισχύει η σχέση: $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = 4$, να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α και β είναι αντίστροφοι.6. Αν $\alpha = 2\sqrt{3} + 1$ και $\beta = 2\sqrt{3} - 1$, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$A = \alpha\beta + (\alpha + \beta)^2 \quad \text{και} \quad B = \alpha \cdot (\beta - 1) - \beta \cdot (\alpha - 1) - (\alpha - 1)^2.$$