

Α.3.3. ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΠΑΝΟΥΣΑΚΗΣ ΣΩΤΗΡΙΟΣ

1. Σε ένα εργοστάσιο δύο μηχανές παράγουν δοχεία λαδιού. Η πρώτη σε μία ώρα παράγει 80 δοχεία, ενώ η δεύτερη που είναι παλαιότερο μοντέλο παράγει 50 δοχεία την ώρα. Αν για μια ποσότητα 700 δοχείων δούλεψαν συνολικά 11 ώρες, να βρείτε πόσες ώρες δούλεψε η κάθε μηχανή.
ΑΠΑΝΤΗΣΗ: 5h και 6h.
2. Ένας χωρικός έχει στο αγρόκτημά του κότες και κουνέλια. Όταν ρωτήθηκε πόσα ζώα έχει απάντησε ως εξής: «**Τα ζώα μου έχουν 25 κεφάλια και 70 πόδια**». Πόσες κότες και πόσα κουνέλια έχει στο αγρόκτημα;
ΑΠΑΝΤΗΣΗ: 15 κότες και 10 κουνέλια.
3. Να βρείτε τις διαστάσεις ενός ορθογωνίου, αν έχει περίμετρο 28m και το μήκος του είναι 6m μεγαλύτερο από το πλάτος του.
ΑΠΑΝΤΗΣΗ: 10cm και 4cm.
4. Ένας μαθητής απάντησε σε ένα τεστ 20 ερωτήσεων πολλαπλής επιλογής και η τελική του βαθμολογία ήταν 79 μονάδες. Αν για κάθε σωστή απάντηση παίρνει 5 μονάδες και για κάθε λανθασμένη χάνει 2 μονάδες, να βρείτε πόσες ήταν οι σωστές και πόσες οι λάθος απαντήσεις, αν απάντησε σε όλες τις ερωτήσεις.
ΑΠΑΝΤΗΣΗ: 17 Σωστές και 3 Λάθος.
5. Πριν από πέντε χρόνια η ηλικία ενός πατέρα ήταν τετραπλάσια της ηλικίας του γιου του. Ενώ πέντε χρόνια μετά από την σημερινή τους ηλικία, η ηλικία του πατέρα θα είναι μεγαλύτερη από την ηλικία του γιου κατά 30 χρόνια. Να βρείτε τις ηλικίες τους.
ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Ο πατέρας 45 και ο γιος 15.
6. Σε μία τάξη τα $\frac{2}{5}$ των αγοριών είναι ίσο με το $\frac{1}{3}$ των κοριτσιών. Αν μία ημέρα απουσίασαν ένα αγόρι και δύο κορίτσια, η τάξη είχε 19 παιδιά. Να βρείτε πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια έχει η τάξη.
ΑΠΑΝΤΗΣΗ: 10 αγόρια και 12 κορίτσια.
7. Πληρώσαμε για την αγορά μιας τηλεόρασης 710€ με χαρτονομίσματα των 10€ και 20€. Αν τα χαρτονομίσματα των 20€ ήταν κατά 5 λιγότερα από το τετραπλάσιο αριθμό των χαρτονομισμάτων των 10€, να βρείτε πόσα χαρτονομίσματα χρησιμοποιήθηκαν από το κάθε είδος.
ΑΠΑΝΤΗΣΗ: 31 των 20€ και 9 των 10€.
8. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 3(-x + 2y) - (5x - 13) = 2 + 5(1 - x) \\ 2(x - y) + 3(x + y) = 7 - 2(y - 2x) \end{cases}$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: $(x, y) = (4, 1)$

9. Ο Γιάννης έχει 10€ λιγότερα από το διπλάσιο των χρημάτων της Ευγενίας. Αν ο Γιάννης δώσει στην Ευγενία 5€, θα έχουν το ίδιο ποσό. Να βρείτε πόσα χρήματα έχει ο καθένας.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Ο Γιάννης έχει 30€ και η Ευγενία 20€.

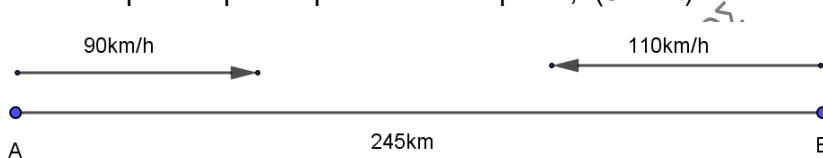
10. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} (\alpha - 2)^2 + (\beta + 1)^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 3 \\ (3\alpha + 1)(\alpha - 2) - 3(\alpha - 5\beta) = 2\alpha - \beta \end{cases}$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: $(\alpha, \beta) = (3, 2)$

11. Ένας χρυσοχόος έχει δύο κράματα ασήμι (άργυρος). Το πρώτο κράμα έχει **τίτλο 0,900** (δηλαδή σε 1000 μέρη κράματος τα 900 μέρη είναι ασήμι και τα 100 μέρη άλλο μέταλλο π.χ χαλκός) και το δεύτερο κράμα έχει **τίτλο 0,850**. Θέλει να φτιάξει ένα νέο κράμα βάρους **50g με τίτλο 0,880**. Πόσα γραμμάρια πρέπει να πάρει από το κάθε κράμα που έχει;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: 30g και 20g

12. Δύο πόλεις A και B απέχουν 245Km. Ένα αυτοκίνητο ξεκίνησε από την πόλη A με κατεύθυνση την πόλη B με μέση ταχύτητα 90Km/h. Ένα άλλο αυτοκίνητο ξεκίνησε από την πόλη B με κατεύθυνση την πόλη A με μέση ταχύτητα 110Km/h. Αν συνολικά τα δύο αυτοκίνητα κινήθηκαν 2,5h, μετά από πόσο χρόνο και σε ποια απόσταση από την πόλη A θα συναντηθούν; ($s = u \cdot t$)



ΑΠΑΝΤΗΣΗ: $t_A = 1,5h$ και $t_B = 1h$

13. Να βρείτε τα α και β ώστε τα μονώνυμα $(5\alpha - 4\beta)x^{5\beta - \alpha}$ και $(2\alpha + 3)x^{3\alpha - 5}$ να είναι ίσα.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: $\alpha = 5$ και $\beta = 3$

14. Έχουμε δύο τύπους οινόπνευματος. Το πρώτο είναι περιεκτικότητας 70% σε καθαρό οινόπνευμα και το δεύτερο 30%. Πόσα ml πρέπει να αναμιχθούν από τον κάθε τύπο για να προκύψουν 600 ml οινόπνευμα περιεκτικότητας 40%;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: 150ml και 450ml

15. Δίνεται το πολυώνυμο: $P(x) = (5\alpha + 3\beta - 19)x^2 + (2\alpha - 4\beta + 8)x + 5$.

Να υπολογίσετε τα α, β ώστε το πολυώνυμο $P(x)$ να είναι σταθερό.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: $\alpha = 2$ και $\beta = 3$

16. Να βρεθεί ο τύπος της μιας ευθείας, αν γνωρίζουμε ότι διέρχεται από τα σημεία A(1, -4) και B(3, 6).

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: $y = 5x - 9$

17. Να βρείτε τις τιμές των α και β , ώστε η εξίσωση $(\alpha - 2\beta)x - 2\alpha + 5\beta = 3$ να έχει δύο λύσεις.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: $(\alpha, \beta) = (6, 3)$

18. Να βρείτε τις τιμές των α και β , αν η εξίσωση $x^2 + ax + \beta = 0$ έχει ρίζες τους αριθμούς 1 και 3.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: $x^2 - 4x + 3 = 0$

19. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} \frac{\alpha - 5}{2} + \frac{4\beta - 3}{3} = 3 \\ \frac{3\alpha - 7}{2} - \frac{\beta + 1}{4} = 3 \end{cases}$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: $(\alpha, \beta) = (5, 3)$

20. Δύο κινητά κινούνται ευθύγραμμα στο επίπεδο, το πρώτο από το σημείο A (-1, 7) προς το σημείο B(5, -5) και το δεύτερο από το Γ(4, 4) προς το Δ(-2, -5). Να βρείτε το κοινό σημείο της διαδρομής τους.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Κ(2, 1)

21. Δίνονται οι ευθείες: $(\epsilon_1): 2x - 3y = 9$, $(\epsilon_2): 5x + 7y = 8$, $(\epsilon_3): -4x + 6y = 7$

i. Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών (ϵ_1) και (ϵ_2) .

ii. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_3) είναι παράλληλες.

22.A. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} \frac{\alpha + \beta}{4} - \frac{1 - \alpha}{3} = 0 \\ \frac{\alpha + 4}{2} + \frac{\beta + 4}{5} = 3 \end{cases}$$

B. Δίνεται η εξίσωση της ευθείας $(\epsilon): y = \alpha x + \beta$, όπου (α, β) η λύση του συστήματος. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και B που η ευθεία τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα και το εμβαδόν του τριγώνου AOB, όπου $O(0, 0)$ η αρχή των αξόνων.

23. Αν ελαττώσουμε το μήκος ενός ορθογώνιου κατά 3 και αυξήσουμε το πλάτος κατά 2, το εμβαδόν του ελαττώνεται κατά 5. Αν αυξήσουμε το μήκος κατά 2 και ελαττώσουμε το πλάτος κατά 1 το εμβαδόν παραμένει το ίδιο. Να βρείτε τις διαστάσεις του ορθογώνιου. ($\alpha = 8\text{cm}$ και $\beta = 5\text{cm}$)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: 8cm και 5cm

24. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} (2x - 3)^2 - (3y - 1)^2 = (2x + 3y)(2x - 3y) + 32 \\ (y - 2)^2 - (y + 2)(y - 2) = 20 - 5(2y - 10x - 1) \end{cases}$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: $(x, y) = (-1, 2)$

25. Το άθροισμα των πλευρών δύο τετραγώνων είναι 12 και η διαφορά των εμβαδών τους είναι 24.

Να βρείτε τις πλευρές των τετραγώνων.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: 5cm και 7cm.