

A.1.8 Ε.Κ.Π και Μ.Κ.Δ ακεραίων αλγεβρικών παραστάσεων.

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΠΑΝΟΥΣΑΚΗΣ ΣΩΤΗΡΙΟΣ

Να αναλύσετε τους αριθμούς 108 και 120 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Με τη βοήθεια της ανάλυσης να βρεθεί το ΕΚΠ και ο ΜΚΔ αυτών των αριθμών.

ΛΥΣΗ

❖ Αναλύουμε τους αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

108	2	120	2	$108 = 2^2 \cdot 3^3$
54	2	60	2	$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$
27	3	30	2	
9	3	15	3	
3	3	5	5	
1		1		

❖ **Ε.Κ.Π** (Είναι το γινόμενο των κοινών και μη κοινών παραγόντων με τον μεγαλύτερο εκθέτη).

Ε.Κ.Π (108,120) = $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 8 \cdot 27 \cdot 5 = 1080$

❖ **Μ.Κ.Δ** (Είναι το γινόμενο των κοινών παραγόντων με τον μικρότερο εκθέτη).

Μ.Κ.Δ (108,120) = $2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$

❖ **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π)** δύο ή περισσότερων αλγεβρικών παραστάσεων που έχουν αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων ονομάζεται, το γινόμενο των κοινών και μη κοινών παραγόντων τους με εκθέτη καθενός το μεγαλύτερο από τους εκθέτες του.

❖ **Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (Μ.Κ.Δ)** δύο ή περισσότερων αλγεβρικών παραστάσεων που έχουν αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων ονομάζεται, το γινόμενο των κοινών παραγόντων τους με εκθέτη καθενός το μικρότερο από τους εκθέτες του.

1. Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ μονωνύμων.

➤ Τα μονώνυμα: $4x^3y^2\omega$, $6x^2y^3$, $8x^4y$ έχουν: **Ε.Κ.Π = $24x^4y^3\omega$** και **Μ.Κ.Δ = $2x^2y$**

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- i. Τα μονώνυμα: $2\alpha\beta$, $6\alpha^2\beta$, $3\alpha\beta^3\gamma$ έχουν: Ε.Κ.Π = και Μ.Κ.Δ =
- ii. Τα μονώνυμα: $25xy^2$, $10x^2yz$, $20x^4y$ έχουν: Ε.Κ.Π = και Μ.Κ.Δ =

2. Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ πολυωνύμων.

➤ Τα πολυώνυμα: $4(\alpha - \beta)^3(\alpha + \beta)$, $10(\alpha - \beta)$, $8(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)^2$ έχουν:
Ε.Κ.Π = $40(\alpha - \beta)^3(\alpha + \beta)^2$ και **Μ.Κ.Δ = $2(\alpha - \beta)$**

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- i. Τα πολυώνυμα: $6(x - y)$, $10(x - y)$, $8(x - y)(x + y)$ έχουν: Ε.Κ.Π =
 και Μ.Κ.Δ =
- ii. Τα πολυώνυμα: $x(x - y)$, $6x(x - y)$, $12xy(x + y)$ έχουν: Ε.Κ.Π =
 και Μ.Κ.Δ =
- iii. Τα πολυώνυμα: $x(x - y)$, $y(x - y)^2$, $2(x + y)$ έχουν: Ε.Κ.Π =
 και Μ.Κ.Δ =

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Να βρεθεί το Ε.Κ.Π και ο Μ.Κ.Δ των πολυωνύμων: $A = 9x^2 - 9x$, $B = 3x^2 - 6x + 3$ και $\Gamma = 6x^2 - 6$.

Λύση:

1. Αναλύουμε τα πολυώνυμα σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

$$A = 9x^2 - 9x = 9x(x - 1)$$

$$B = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x^2 - 2x + 1) = 3(x - 1)^2$$

$$\Gamma = 6x^2 - 6 = 6(x^2 - 1) = 6(x - 1)(x + 1)$$

2. Υπολογίζουμε το Ε.Κ.Π και το Μ.Κ.Δ των αριθμητικών παραγόντων.

Οι αριθμητικοί παράγοντες 3, 6, 9 έχουν Ε.Κ.Π = 18 και Μ.Κ.Δ = 3.

3. Βρίσκουμε το Ε.Κ.Π και το Μ.Κ.Δ των πολυωνύμων.

Τα πολυώνυμα A, B και Γ, έχουν: Ε.Κ.Π = $18x(x + 1)(x - 1)^2$ και Μ.Κ.Δ = $3(x - 1)$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να βρεθεί το Ε.Κ.Π και ο Μ.Κ.Δ των πολυωνύμων: $A = x^2 - 5x$, $B = x^2 - 25$ και $\Gamma = x^2 - 10x + 25$.

2. Να βρεθεί το Ε.Κ.Π και ο Μ.Κ.Δ των πολυωνύμων: $A = \alpha^3 - 2\alpha^2$, $B = \alpha^3 - 4\alpha^2 + 4\alpha$ και $\Gamma = 2\alpha - 4$.

3. Να βρεθεί το Ε.Κ.Π και ο Μ.Κ.Δ των πολυωνύμων: $A = x^2 - x$ και $B = 3 - 3x$

4. Να βρεθεί το Ε.Κ.Π και ο Μ.Κ.Δ των πολυωνύμων: $A = 9 - x^2$, $B = x^2 - 3x$ και $\Gamma = x^2 + 3x$.